COSMO 2022 學生講座

香港中文大學系統工程及工程管理學系

學生講座

- 上午：數學建模簡介及例子
  - 基本數學建模概念
  - 建立系統模型並作優化
- 下午：優化模型實戰 (Microsoft Excel)
  - 運用數學方法與計算技術

下午講座

- Microsoft Excel Solver 基本操作簡介
- Microsoft Excel 實際應用例題-線性迴歸

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 我們考慮以下線性規劃 (Linear Programming, LP)。並以此用作 Microsoft Excel Solver 基本操作簡介。

$$Max \qquad x + y$$

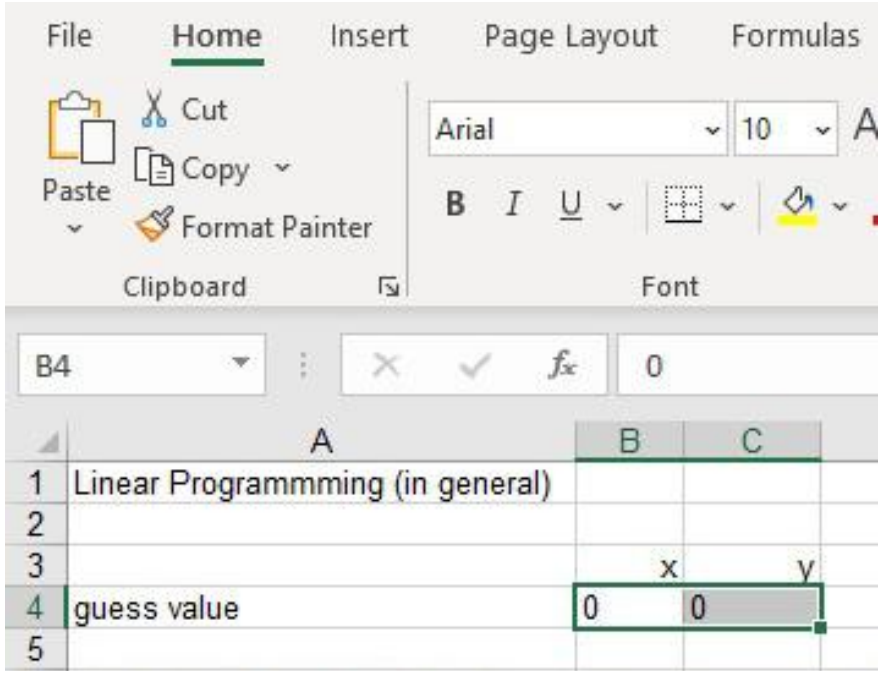
$$s.t.$$

$$1.5x + y \leq 9$$
$$150x + 70y \leq 750$$
$$y \leq 6$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

$$
\begin{aligned}
&Max && x + y \\
&s.t. && \\
& && 1.5x + y \leq 9 \\
& && 150x + 70y \leq 750 \\
& && y \leq 6 \\
& && x \geq 0 \\
& && y \geq 0
\end{aligned}
$$

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 首先我們需要自訂及確立變數 (variable) 格位置。如圖中，B4 及 C4 分別選定為變數 x 和 y 的變數格。



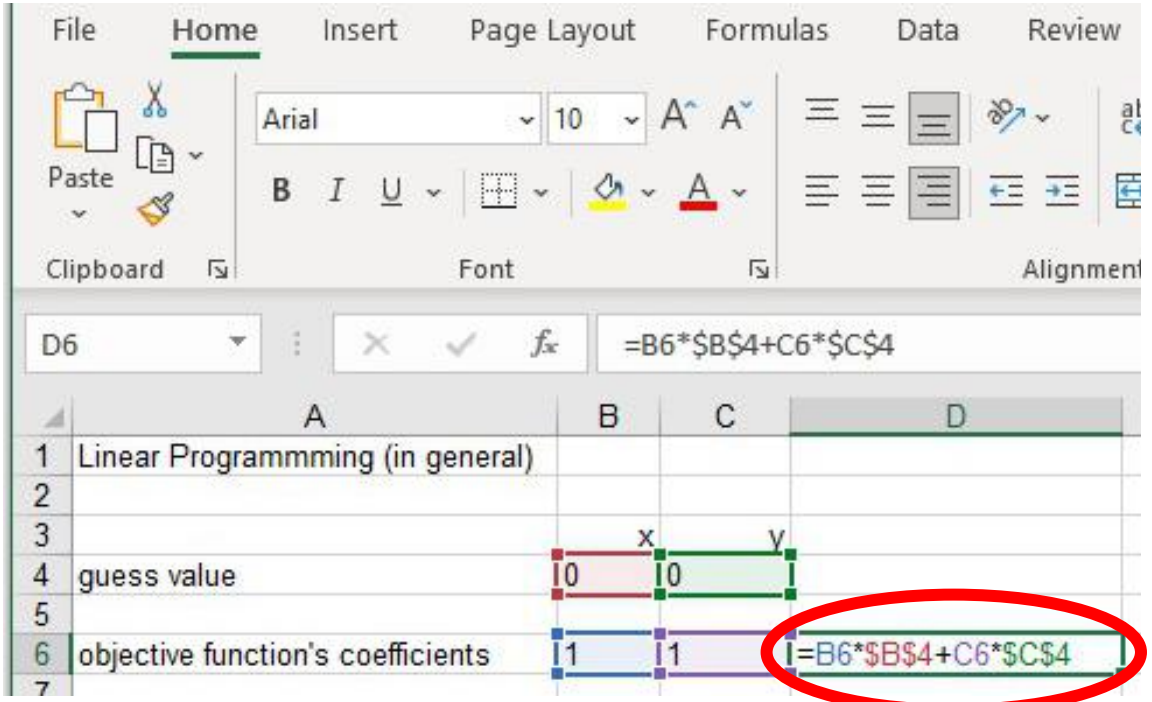
$$Max \quad x + y$$

$$s.t.$$

$$1.5x + y \leq 9$$
$$150x + 70y \leq 750$$
$$y \leq 6$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 輸入目標函數 (objective function) 的系數 (coefficients)。並訂下目標函數格 D6。



目標函數的公式

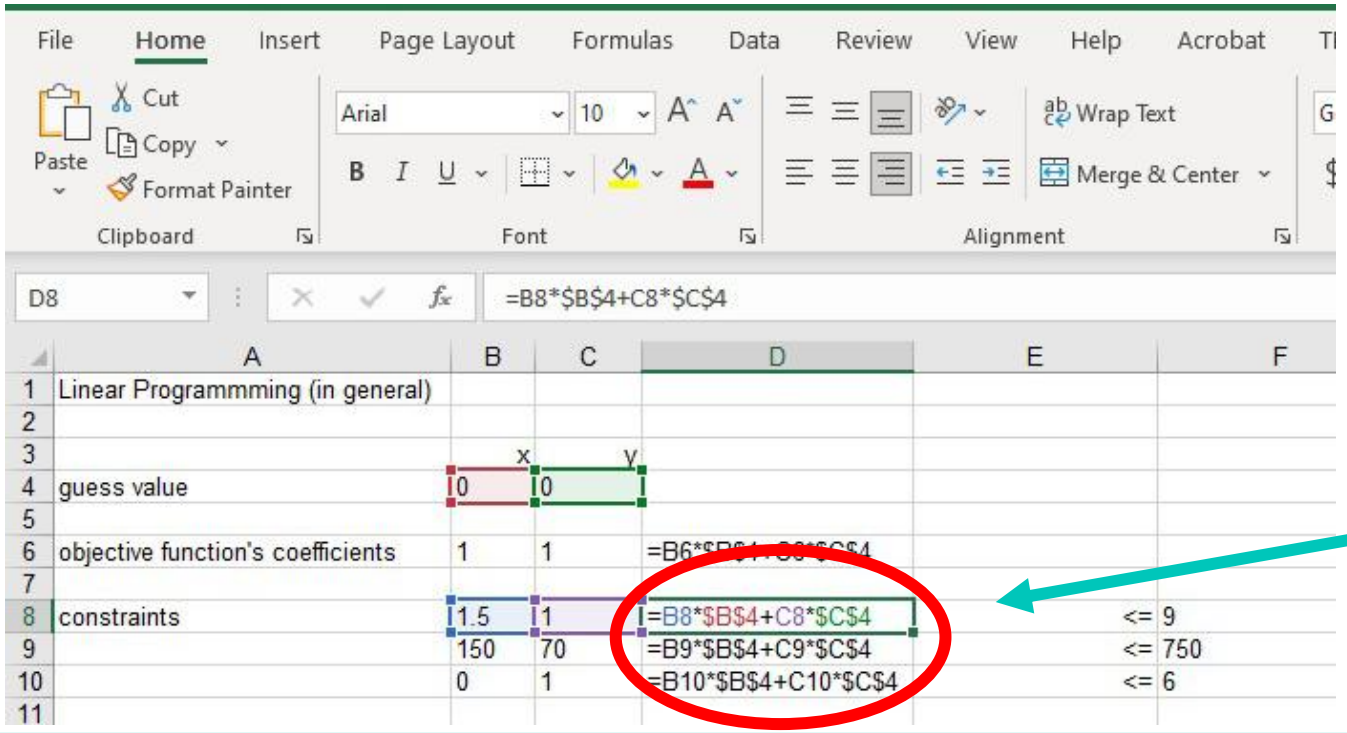
$$Max \quad x + y$$

$$s.t.$$

$$1.5x + y \leq 9$$
$$150x + 70y \leq 750$$
$$y \leq 6$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

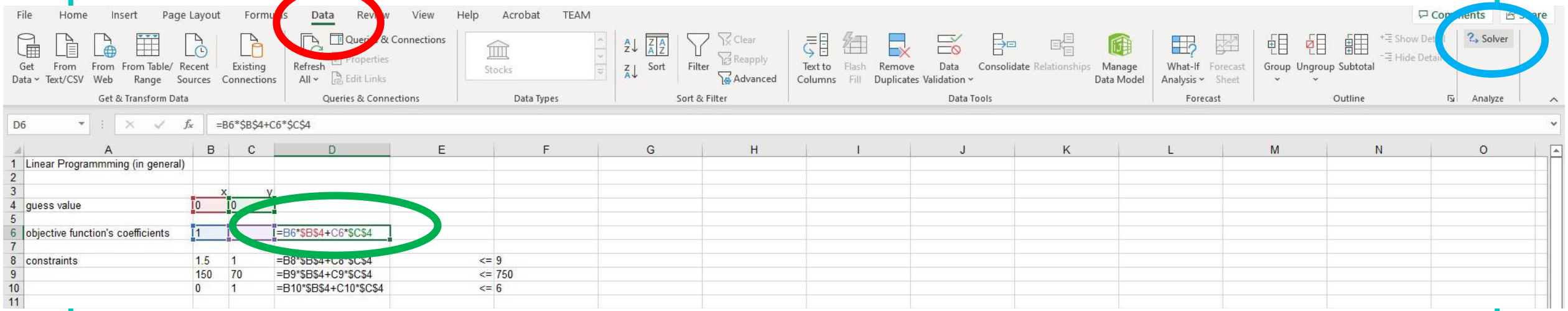
- 輸入有關約束 (constraint) 的系數，並訂下各約束的數學關係 (即是各約束的「左邊」)。
  (暫時可以先忽略非負數的條件。)



各約束的「左邊」

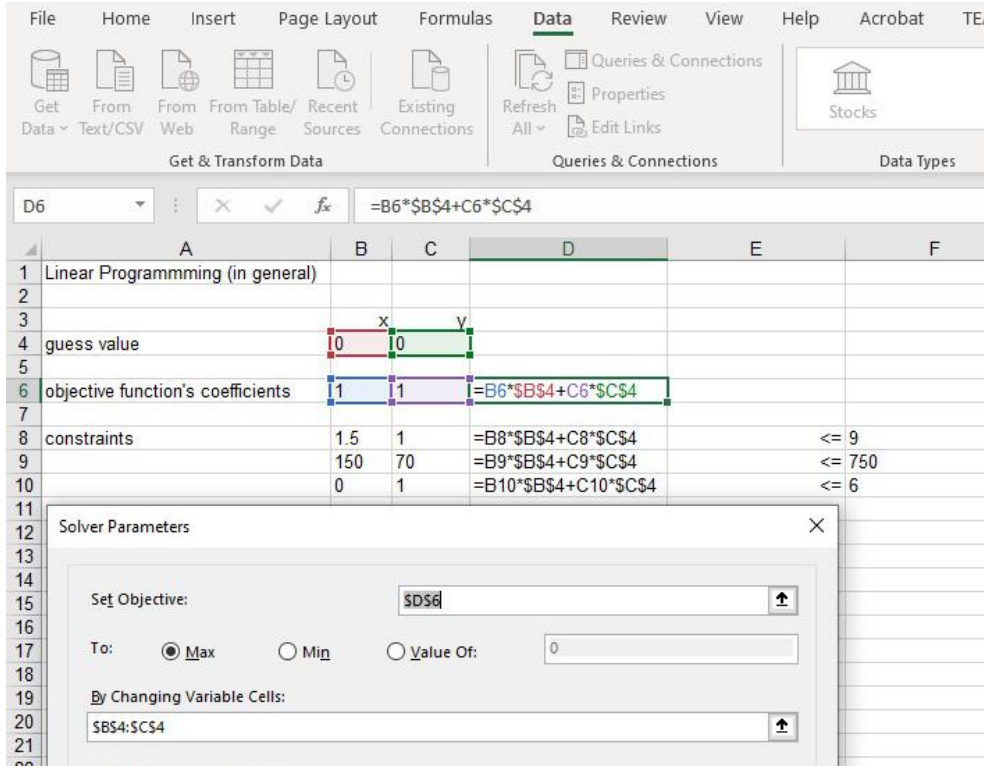
Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 當完成上述設定。我們點選目標函數格，然後在 “ Data ” 選取 “ Solver ” 。



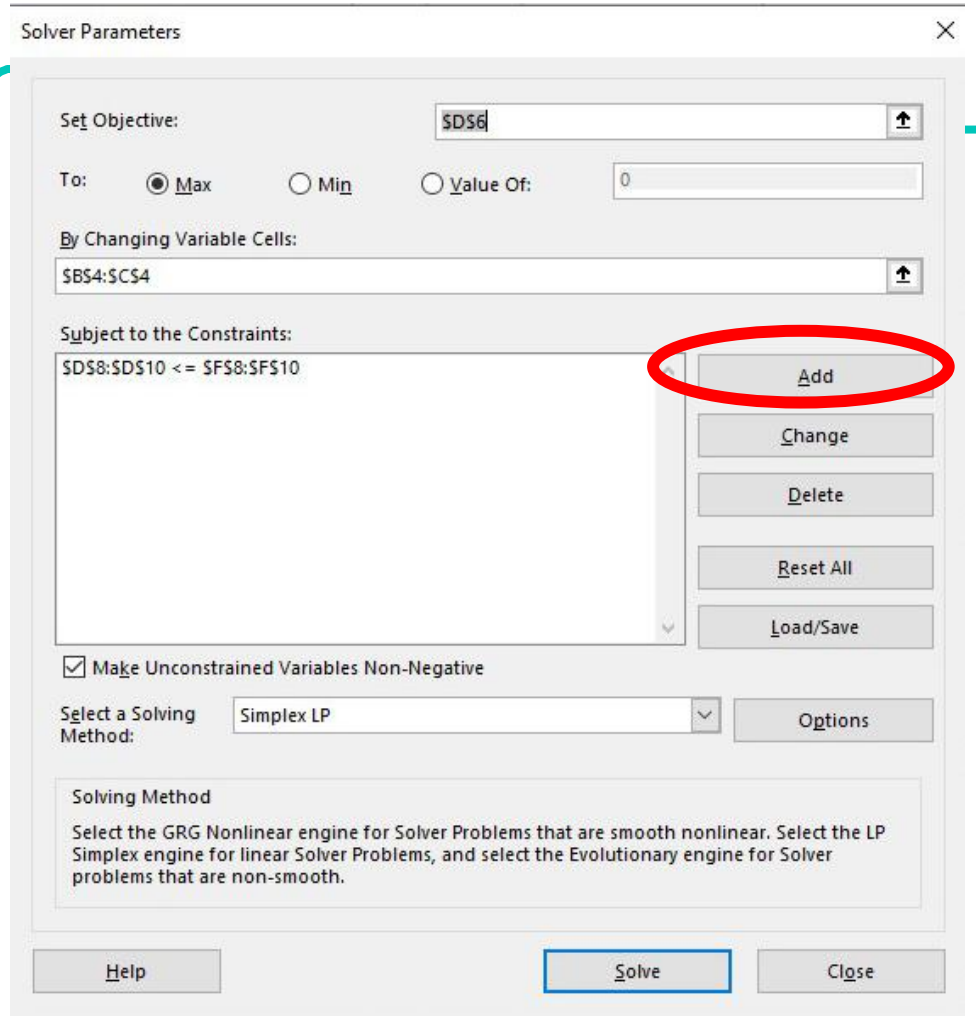
Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 按需要選擇 “Max” 或 ”Min”，在 “By Changing Variable Cells” 選定變數格。



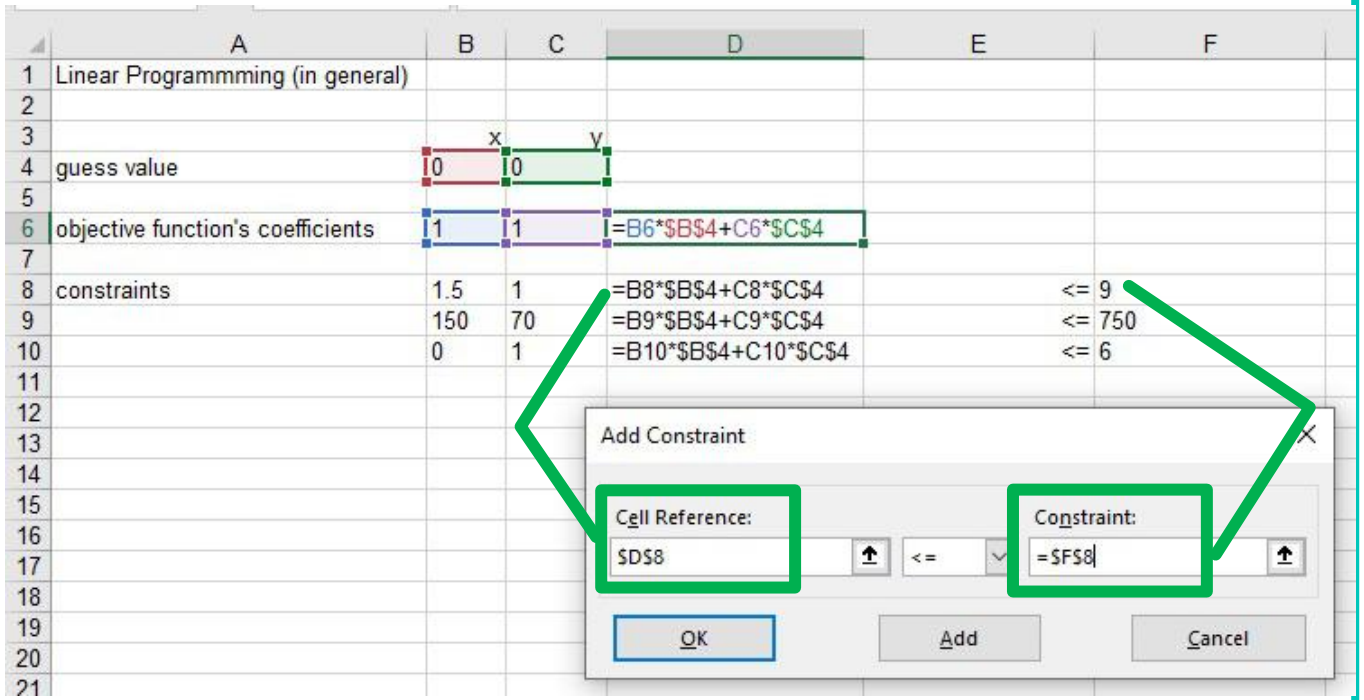
Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 在Solver上按 “Add” 加入約束。
- 之後會彈出一個新視窗。



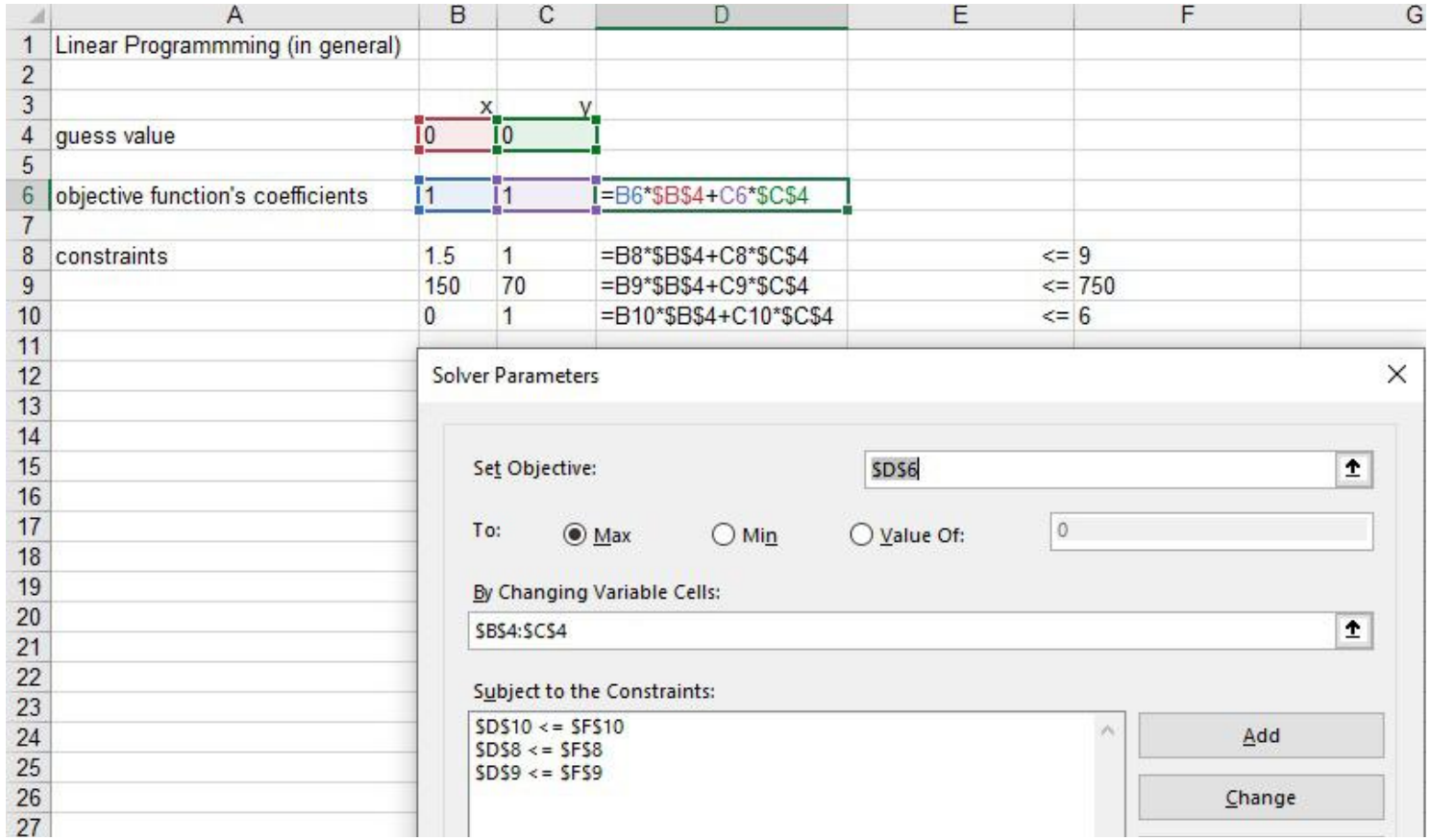
Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 在 “Call Reference”選取剛才定下的“左邊”式
- “Constraint”格就是對應的 “右邊”。
- 按OK。



Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

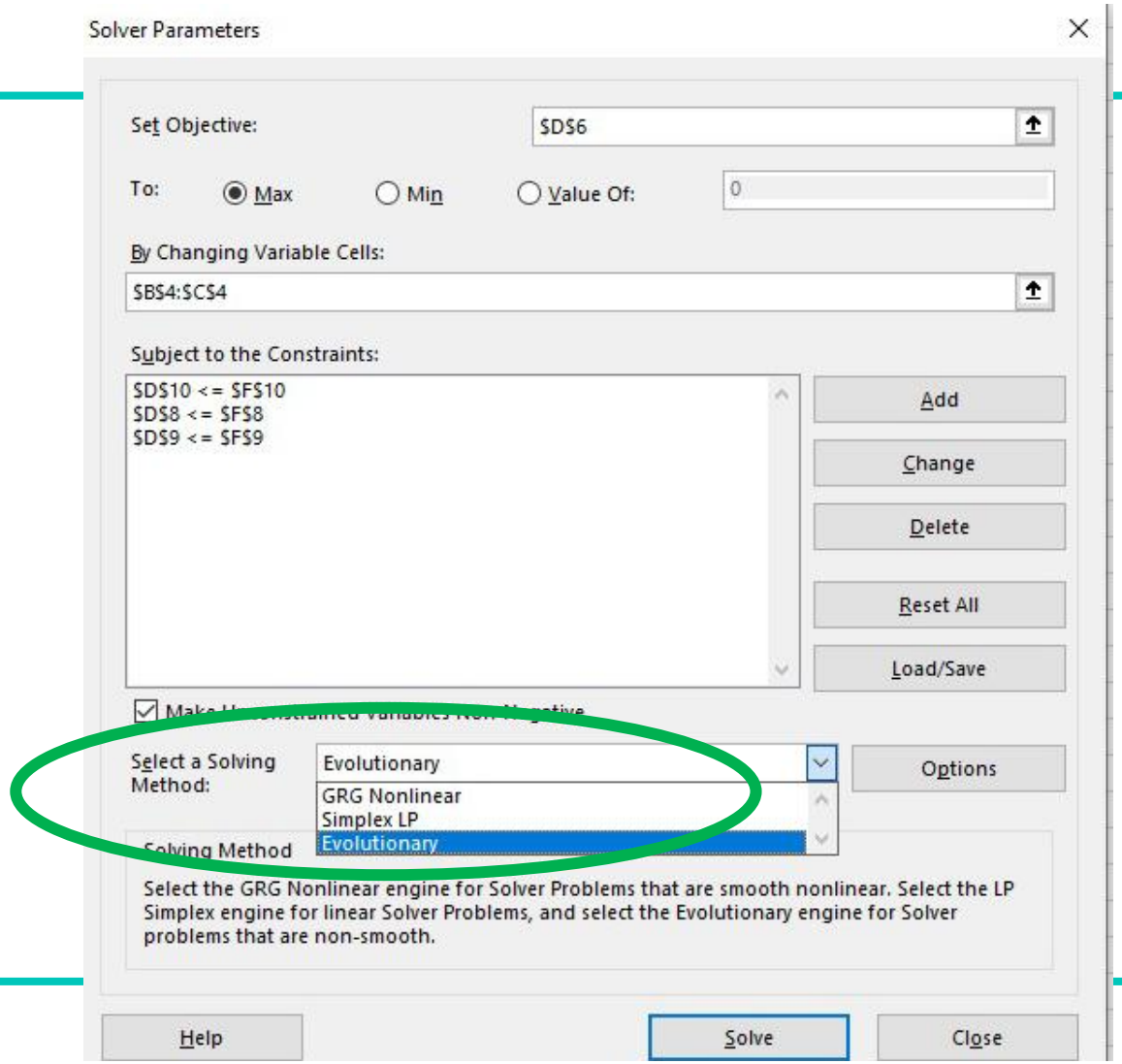
- 如是者，加入所有約束。



	A	B	C	D	E	F	G
1	Linear Programmming (in general)						
2							
3		x	y				
4	guess value	0	0				
5							
6	objective function's coefficients	1	1	=B6*$B$4+C6*$C$4			
7							
8	constraints	1.5	1	=B8*$B$4+C8*$C$4	<=	9	
9		150	70	=B9*$B$4+C9*$C$4	<=	750	
10		0	1	=B10*$B$4+C10*$C$4	<=	6	

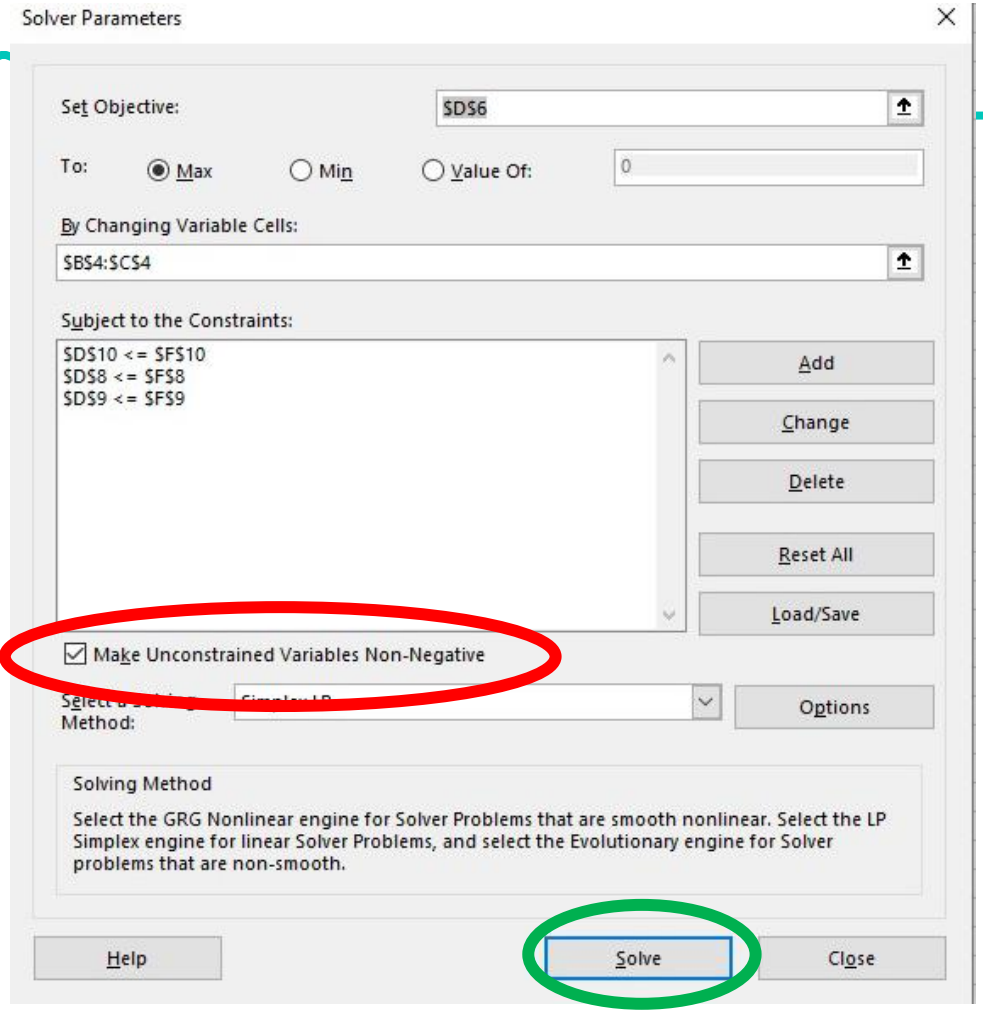
Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 在” Select a Solving Method” 中，我們可以選擇不同解決方法：
  - “Simplex LP” 主要應用在線性問題上。
  - “GRG Nonlinear” 一般應用到非線性問題上。
  - “Evolutionary” 一般能夠應用到更多不同優化的問題。



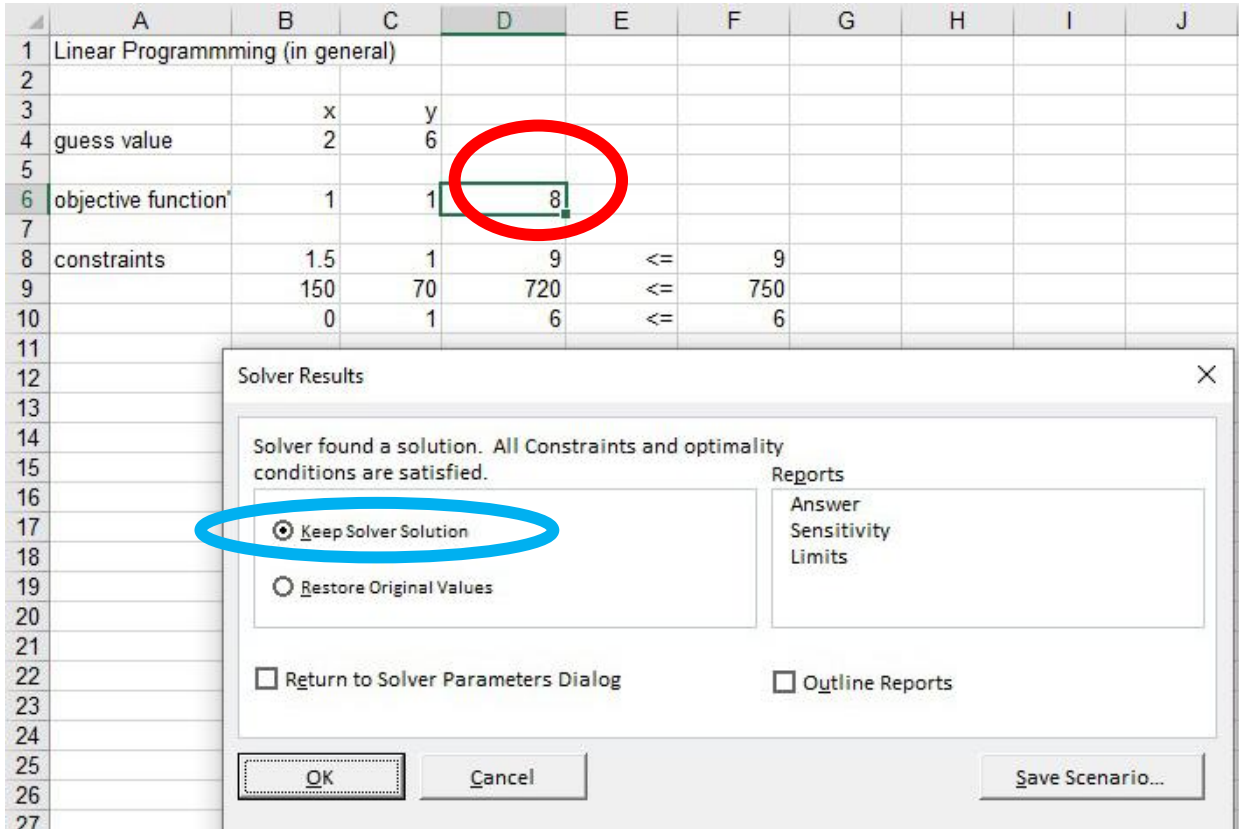
Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 一般情況下，Solver 已預先設定或加入非負數的條件。
- 完成後，按“Solve”，便能求出答案。



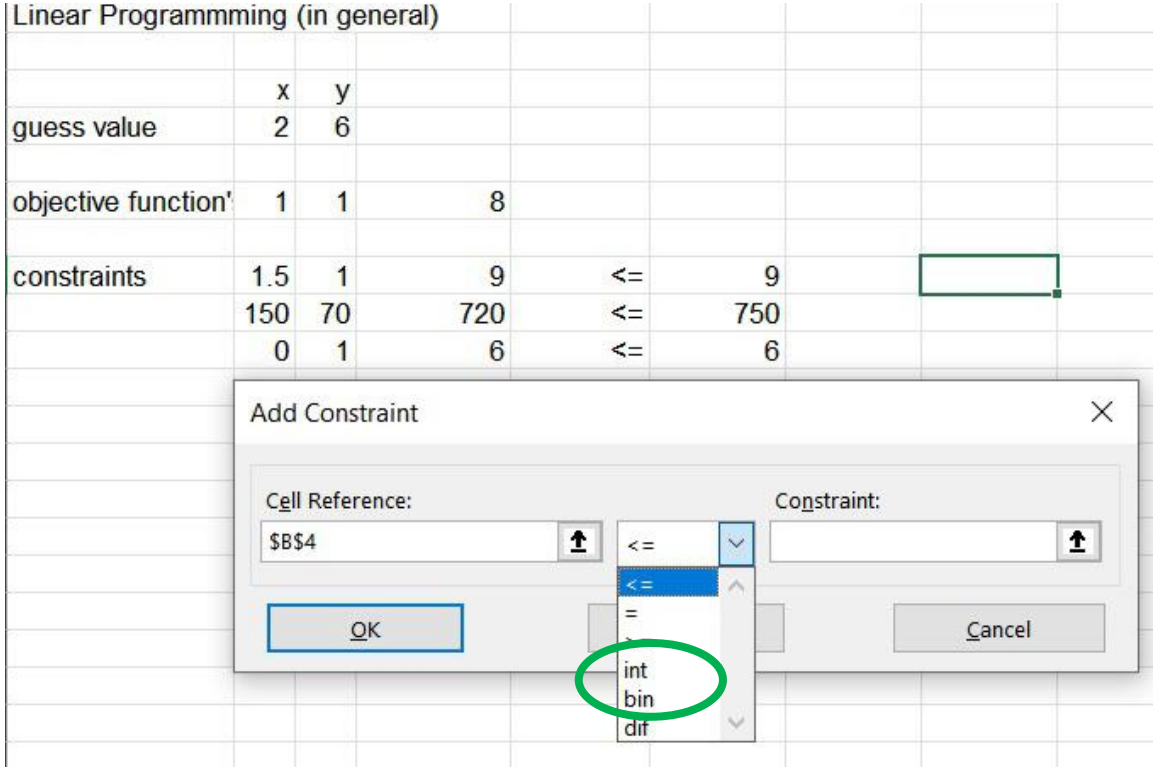
Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 可按 “Keep Solver Solution” 保留答案。
- 在 D6 顯示出由Solver 給出的答案。



Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 當有需要將變量設定為整數變量或者二進制變量時，我們可以在設定約束時選取有關變量為
  - 整數變量(int)；或
  - 二進制變量（bin）



Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

我們可以在目標函數中加入一些特別的數學函數。以下讓我們來介紹兩個數學函數。

- (I)

$$Max(x_1, x_2) = \begin{cases} x_2, & x_1 \leq x_2 \\ x_1, & x_1 > x_2 \end{cases}$$

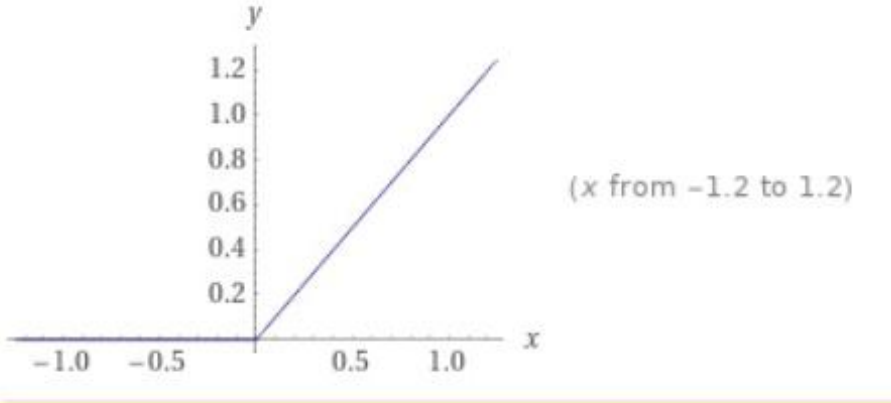
- (II)

$$Min(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1, & x_1 \leq x_2 \\ x_2, & x_1 > x_2 \end{cases}$$

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

Source: https://www.wolframalpha.com/input?i=max%280%2C+x%29

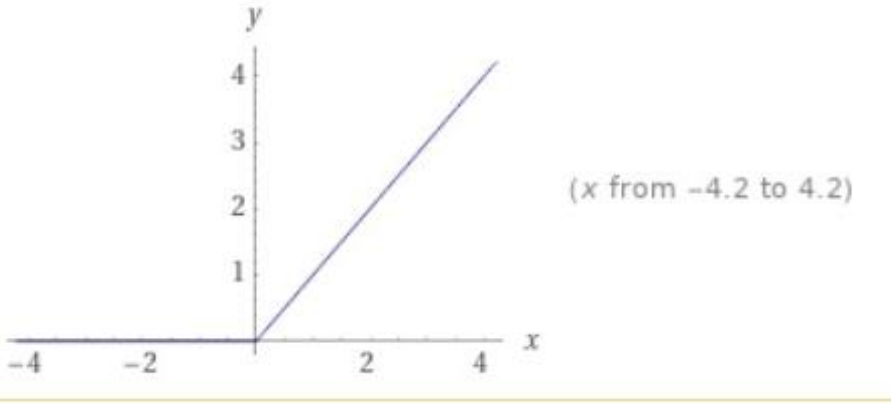
$$Max(x_1, x_2) = \begin{cases} x_2, & x_1 \leq x_2 \\ x_1, & x_1 > x_2 \end{cases}$$



(x from −1.2 to 1.2)

(I) 例子:

$$Max(x, 0) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x, & x > 0 \end{cases}$$

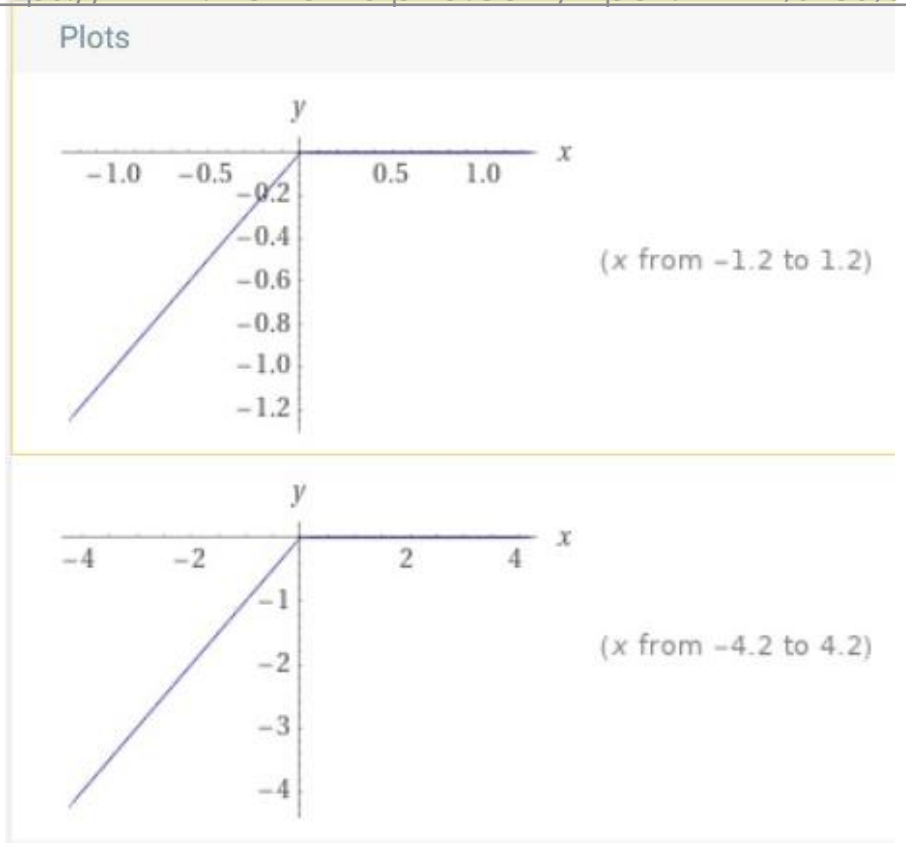


(x from −4.2 to 4.2)

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

Source: https://www.wolframalpha.com/input?i=min%280%2C+x%29

$$Min(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1, & x_1 \leq x_2 \\ x_2, & x_1 > x_2 \end{cases}$$



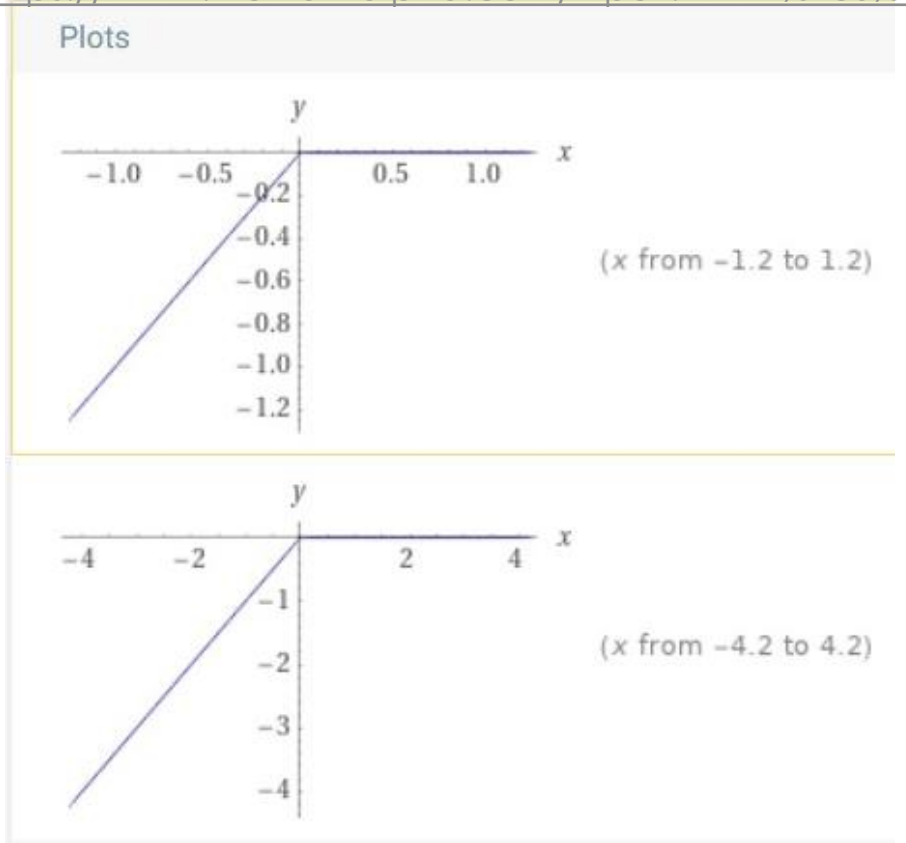
II. 例子:

$$Min(x, 0) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

Source: https://www.wolframalpha.com/input?i=min%280%2C+x%29

$$Min(x_1, x_2) = \begin{cases} x_1, & x_1 \leq x_2 \\ x_2, & x_1 > x_2 \end{cases}$$



II. 例子:

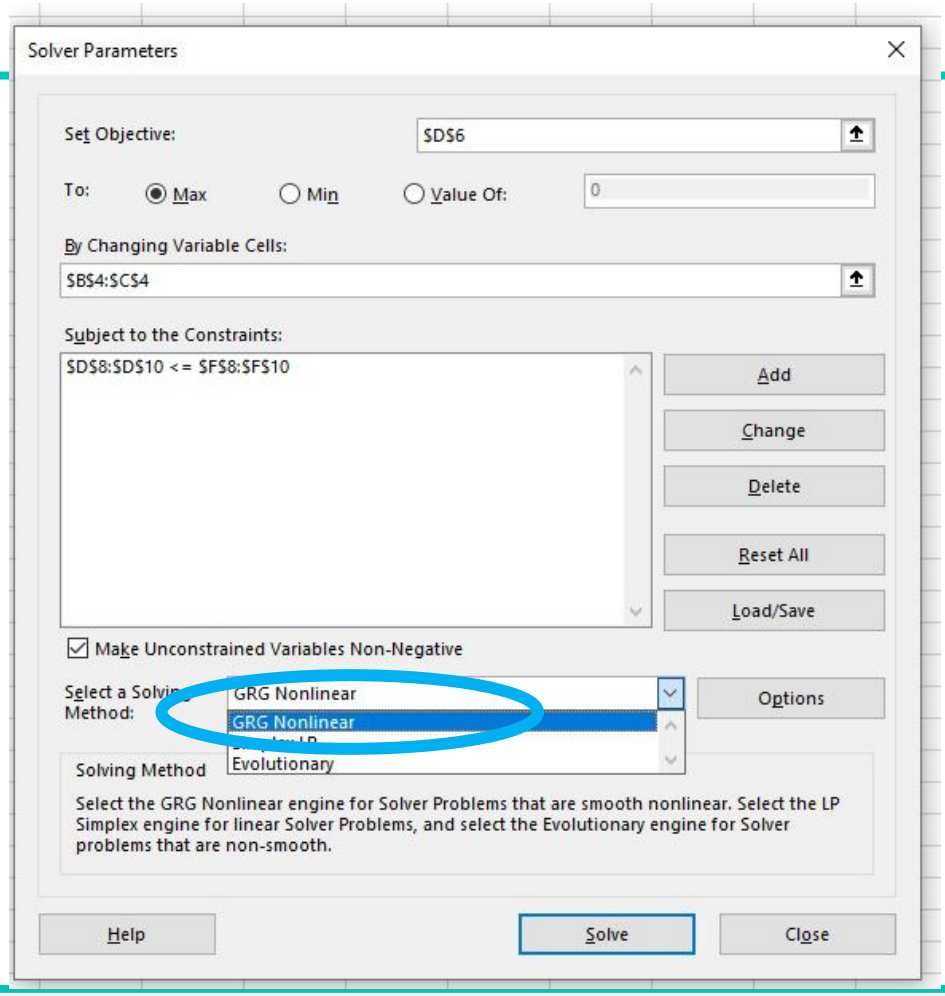
$$Min(x, 0) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ 0, & x > 0 \end{cases}$$

Microsoft Excel Solver 基本操作簡介

- 例子：

$$\begin{aligned} \text{maximize}_{x,y} \quad & x + \min\{2, y\} \\ \text{subject to} \quad & 1.5x + y \leq 9 \\ & 150x + 70y \leq 750 \\ & 0 \leq y \leq 6, \ 0 \leq x \end{aligned}$$

- 解決以上問題時，我們選擇“GRG Nonlinear”求解。



Microsoft Excel的應用-線性迴歸

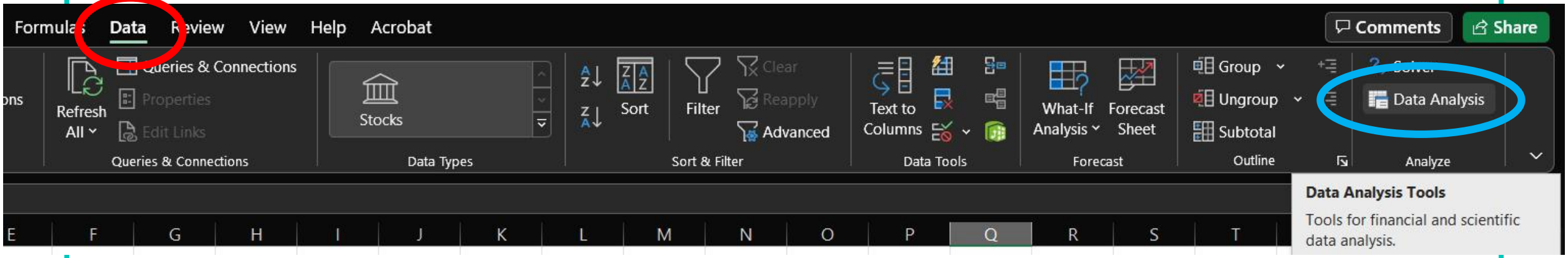
- 假設一家公司有七名員工。下表列出了上年度員工請假天數的數據資料。
  - X:員工的年資
  - Y:上年度請假天數

X	Y
2	8
5	7
7	5
3	12
8	3
3	9
7	5

*假如我們希望使用**線性迴歸**分析員工年資（X）和請假天數（Y）的線性關係。*

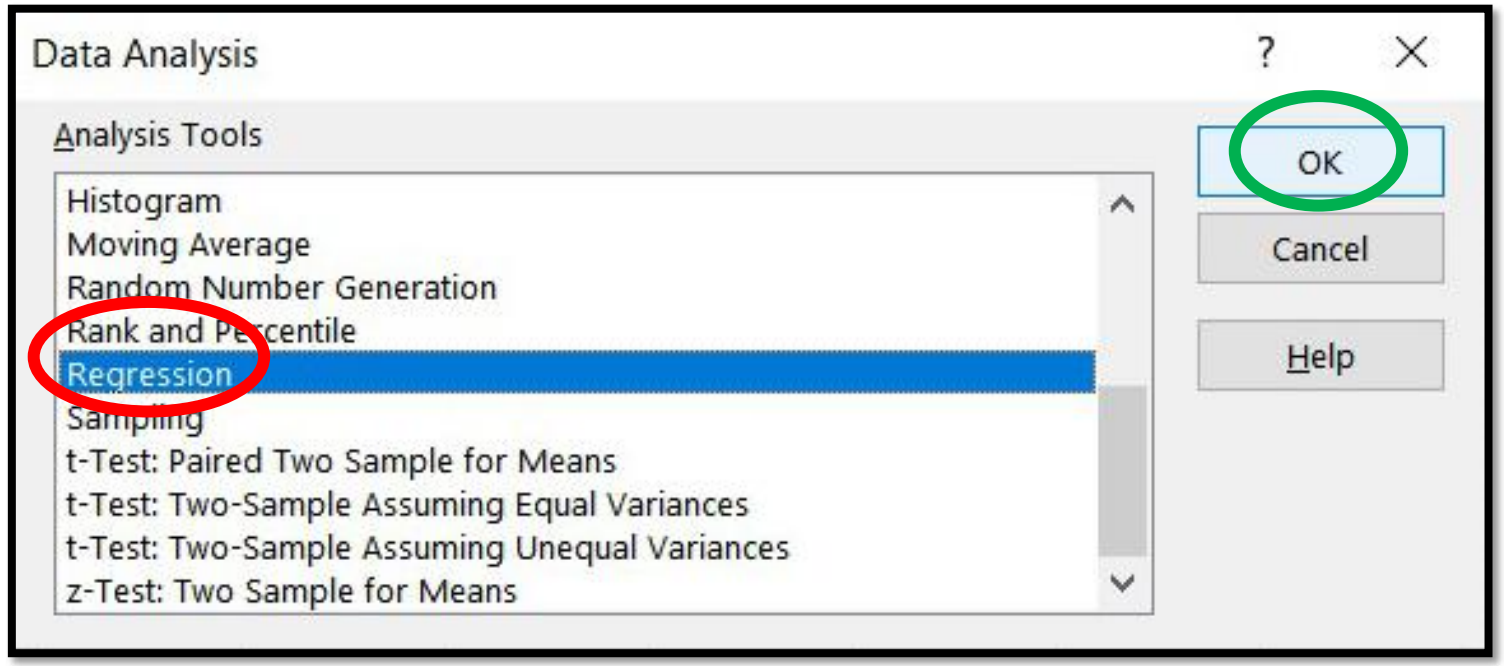
Microsoft Excel的應用-線性迴歸

- 在 “ Data ” 選取 “ Data Analysis ” 。接著會彈出一個新的視窗。



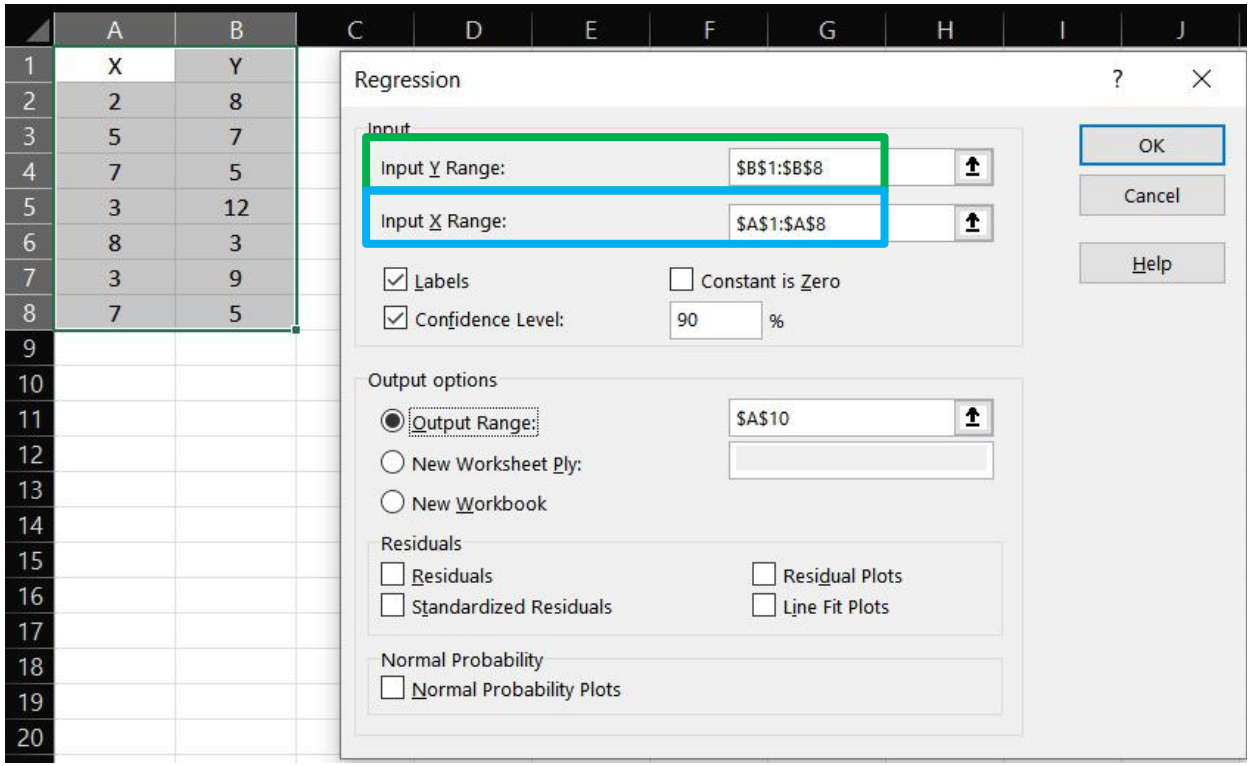
Microsoft Excel的應用-線性迴歸

- 在新視窗中選取 “Regression” 並按 “OK” 。



Microsoft Excel的應用-線性迴歸

- 我們可以按圖中示範，在不同位置輸入各項資料及設定。
  - 例如:
  - Y 變量的範圍是 $B$1:$B$8
  - X 變量的範圍是 $A$1:$A$8
- 當設定完畢，按 “OK” 。



Microsoft Excel的應用-線性迴歸

Y軸截距
(Y-intercept)

斜率
(Slope)

SUMMARY OUTPUT

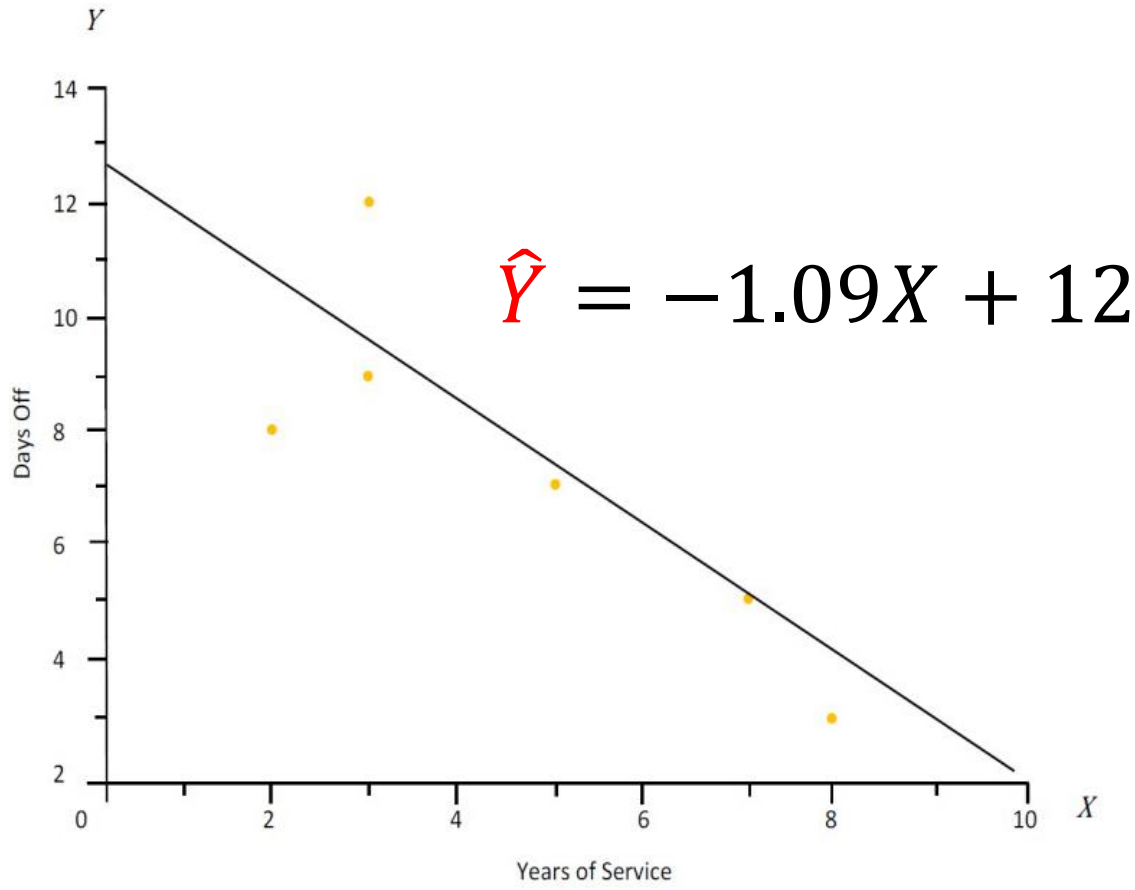
Regression Statistics	
Multiple R	0.863506052
R Square	0.745642702
Adjusted R	0.694771242
Standard E	1.65742536
Observatio	7

ANOVA

	df	*SS*	*MS*	*F*	*Significance F*
Regression	1	40.26470588	40.26470588	14.65738758	0.012266446
Residual	5	13.73529412	2.747058824		
Total	6	54			

	Coefficients	*Standard Error*	*t Stat*	*P-value*	*Lower 95%*	*Upper 95%*	*Lower 90.0%*	*Upper 90.0%*
Intercept	12.44117647	1.553168751	8.01018979	0.000489973	8.448629092	16.43372385	9.311466306	15.5708866
X	-1.088235294	0.284246104	-3.828496778	0.012266446	-1.818913166	-0.357557422	-1.661004944	-0.51546564

Microsoft Excel的應用-線性迴歸



$$\hat{Y} = -1.09X + 12.44$$

總結

- Microsoft Excel Solver 基本操作簡介
  - 基本操作簡介
  - 設定整數變量或者二進制變量
  - 特別數學函數介紹: Max 和 Min
- Microsoft Excel的應用-線性迴歸